

Математика (углубленный уровень).

По учебному плану Школы предмет «Математика» на уровне среднего общего образования по углубленной программе изучается в объеме 408 часов:

- 136 часов курса «Алгебра и начала математического анализа» в 10 классе (4 часа в неделю),
- 136 часов курса «Алгебра и начала математического анализа» в 11 классе (4 часа в неделю),
- 68 часов курса «Геометрия» в 10 классе (2 часа в неделю),
- 68 часов курса «Геометрия» в 11 классе (2 часа в неделю).

При изучении курсов «Математика» по углубленной программе используется учебно-методический комплекс авторов М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Личностные результаты

Усвоение программы позволит ученику:

- научиться критически мыслить;
- сформировать интеллектуальную честность и объективность, способность к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта или предшествующей учебной деятельности;
- научиться длительно, сосредоточенно, творчески работать;
- научиться находить и исправлять собственные и чужие ошибки;
- научиться быть настойчивым при поиске новых методов решений в нестандартных ситуациях;
- ясно, последовательно и структурированно излагать свои мысли;
- получать удовольствие от самостоятельного решения задач различного уровня сложности;
- научиться распределять свое время и силы при решении задач с ограниченным лимитом времени;
- развить навыки командной работы, совместного принятия решений;
- развить математическую любознательность, умение ценить эстетическую красоту и интеллектуальную силу математики;
- ценить универсальный характер математического знания, объединяющий людей различных культур и мировоззрений, понимать вклад различных народов в создание корпуса современного математического знания.

2. Метапредметные результаты.

Усвоение программы позволит ученику:

- научиться логически рассуждать, классифицировать, обобщать, доказывать, опровергать;
- создавать новые методы при решении нестандартных задач;

- аккуратно работать по многоступенчатым алгоритмам, выбирать рациональные пути решения из числа уже известных;
- исследовать данные или свойства объекта, выявлять и описывать найденные закономерности;
- вычленять и структурировать информацию из текстов различного рода, а также создавать собственные грамотные тексты;
- научиться ясно записывать решения задач, проверять и интерпретировать полученные результаты.

В ходе изучения математики обучающиеся **приобретут опыт проектной деятельности** как особой формы учебной работы, способствующей воспитанию самостоятельности, инициативности, ответственности, повышению мотивации и эффективности учебной деятельности; в ходе реализации исходного замысла на практическом уровне овладеют умением выбирать адекватные стоящей задаче средства, принимать решения, в том числе и в ситуациях неопределённости. Они получают возможность развить способность к разработке нескольких вариантов решений, к поиску нестандартных решений, поиску и осуществлению наиболее приемлемого решения.

Регулятивные УУД

1. Умение самостоятельно определять цели обучения, ставить и формулировать новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности. Обучающийся сможет:

- анализировать существующие и планировать будущие образовательные результаты;
- идентифицировать собственные проблемы и определять главную проблему;
- выдвигать версии решения проблемы, формулировать гипотезы, предвосхищать конечный результат;
- ставить цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей;
- формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели деятельности;
- обосновывать целевые ориентиры и приоритеты ссылками на ценности, указывая и обосновывая логическую последовательность шагов.

2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:

- определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- выстраивать жизненные планы на краткосрочное будущее (заявлять целевые ориентиры, ставить адекватные им задачи и предлагать действия, указывая и

обосновывая логическую последовательность шагов);

- выбирать из предложенных вариантов и самостоятельно искать средства/ресурсы для решения задачи/достижения цели;
- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.

3. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Обучающийся сможет:

- определять совместно с педагогом и сверстниками критерии планируемых результатов и критерии оценки своей учебной деятельности;
- систематизировать (в том числе выбирать приоритетные) критерии планируемых результатов и оценки своей деятельности;
- отбирать инструменты для оценивания своей деятельности, осуществлять самоконтроль своей деятельности в рамках предложенных условий и требований;
- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;
- устанавливать связь между полученными характеристиками продукта и характеристиками процесса деятельности и по завершении деятельности предлагать изменение характеристик процесса для получения улучшенных характеристик продукта;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.

4. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения. Обучающийся сможет:

- определять критерии правильности (корректности) выполнения учебной задачи;
- анализировать и обосновывать применение соответствующего инструментария для выполнения учебной задачи;
- свободно пользоваться выработанными критериями оценки и самооценки, исходя из цели и имеющихся средств, различая результат и способы действий;

- оценивать продукт своей деятельности по заданным и/или самостоятельно определенным критериям в соответствии с целью деятельности;
- обосновывать достижимость цели выбранным способом на основе оценки своих внутренних ресурсов и доступных внешних ресурсов;
- фиксировать и анализировать динамику собственных образовательных результатов.

5. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной. Обучающийся сможет:

- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;
- ретроспективно определять, какие действия по решению учебной задачи или параметры этих действий привели к получению имеющегося продукта учебной деятельности;
- демонстрировать приемы регуляции психофизиологических/ эмоциональных состояний для достижения эффекта успокоения (устранения эмоциональной напряженности), эффекта восстановления (ослабления проявлений утомления), эффекта активизации (повышения психофизиологической реактивности).

Познавательные УУД

6. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) и делать выводы. Обучающийся сможет:

- выделять общий признак двух или нескольких предметов или явлений и объяснять их сходство;
- объединять предметы и явления в группы по определенным признакам, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
- выделять явление из общего ряда других явлений;
- строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;
- строить рассуждение на основе сравнения предметов и явлений, выделяя при этом общие признаки;
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;

7. Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:

- обозначать символом и знаком предмет и/или явление;

- определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме;
- создавать абстрактный или реальный образ предмета и/или явления;
- строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа ее решения;
- преобразовывать модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область;
- переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;
- строить схему, алгоритм действия, исправлять или восстанавливать неизвестный ранее алгоритм на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм;
- строить доказательство: прямое, косвенное, от противного;
- анализировать/рефлексировать опыт разработки и реализации учебного проекта, исследования (теоретического, эмпирического) на основе предложенной проблемной ситуации, поставленной цели и/или заданных критериев оценки продукта/результата.

8. Смысловое чтение. Обучающийся сможет:

- находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности);
- ориентироваться в содержании текста, понимать целостный смысл текста, структурировать текст;
- устанавливать взаимосвязь описанных в тексте фактов или процессов;

Коммуникативные УУД

9. Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. Обучающийся сможет:

- определять возможные роли в совместной деятельности;
- играть определенную роль в совместной деятельности;
- принимать позицию собеседника, понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории;
- определять свои действия и действия партнера, которые способствовали или препятствовали продуктивной коммуникации;
- строить позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности;
- корректно и аргументированно отстаивать свою точку зрения, в дискуссии уметь выдвигать контраргументы, перефразировать свою мысль (владение механизмом эквивалентных замен);
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;

- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
 - выделять общую точку зрения в дискуссии;
 - договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;
 - организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, распределять роли, договариваться друг с другом и т. д.);
 - устранять в рамках диалога разрывы в коммуникации, обусловленные непониманием/неприятием со стороны собеседника задачи, формы или содержания диалога.
10. Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей для планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью. Обучающийся сможет:
- определять задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства;
 - отбирать и использовать речевые средства в процессе коммуникации с другими людьми (диалог в паре, в малой группе и т. д.);
 - представлять в устной или письменной форме развернутый план собственной деятельности;
 - соблюдать нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей;
 - высказывать и обосновывать мнение (суждение) и запрашивать мнение партнера в рамках диалога;
 - принимать решение в ходе диалога и согласовывать его с собеседником;
 - создавать письменные «клишированные» и оригинальные тексты с использованием необходимых речевых средств;
 - использовать вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления;
 - использовать невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством учителя;
 - делать оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывать его.
11. Формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее – ИКТ). Обучающийся сможет:
- целенаправленно искать и использовать информационные ресурсы, необходимые для решения учебных и практических задач с помощью средств ИКТ;
 - выбирать, строить и использовать адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации;
 - выделять информационный аспект задачи, оперировать данными, использовать модель решения задачи;

- использовать компьютерные технологии (включая выбор адекватных задаче инструментальных программно-аппаратных средств и сервисов) для решения информационных и коммуникационных учебных задач, в том числе: вычисление, написание писем, сочинений, докладов, рефератов, создание презентаций и др.;
- использовать информацию с учетом этических и правовых норм.

Предметные результаты.

Углубленная программа.

Системно-теоретические результаты		
Раздел	Выпускник научится	Выпускник получит возможность научиться
Алгебра и начала математического анализа		
Цели освоения предмета	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
Элементы теории множеств и математической логики	- Свободно оперировать¹ понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; - задавать множества перечислением и характеристическим свойством; - оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего	- Достижение результатов раздела II; - оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; - понимать суть косвенного доказательства; - оперировать понятиями счетного и несчетного множества; - применять метод математической индукции для

¹ Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

	утверждения, контрпример; - проверять принадлежность элемента множеству; - находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; - проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; - проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов	<i>проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</i> <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов
Числа и выражения	- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; - понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; - переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в	- Достижение результатов раздела II; - свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; - понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; - владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач - свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных

	другую; - доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; - выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; - сравнивать действительные числа разными способами; - упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; - находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач; - выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; - выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений, - использовать понятия: комплексное число, действительная и мнимая часть комплексного числа, сопряженные комплексные числа; модуль и аргумент комплексного числа, комплексная плоскость; - записывать комплексные числа в алгебраической и тригонометрической формах;	выражений; - владеть формулой бинома Ньютона; - применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; - применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; - применять при решении задач Малую теорему Ферма; - уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; - применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; - применять при решении задач цепные дроби; - применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; - возводить комплексное число в n-ую степень и извлекать комплексный корень;
--	---	---

	- переходить от одной формы записи комплексного числа к другой; - выполнять действия сложения, вычитания, умножения, деления комплексных чисел; <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; - записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; - составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов	<i>изображать на комплексной плоскости множества чисел;</i> - <i>решать некоторые геометрические задачи с помощью комплексных чисел,</i> - <i>применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</i>
Уравнения и неравенства	- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; - решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; - овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;	- <i>Достижение результатов раздела II;</i> - <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем, сравнивать различные методы решений;</i> - <i>применять соображения</i>

	- решать уравнения и неравенства, содержащие знак модуля; - применять теорему Безу при решении уравнений; - применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; - понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать; - владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; - использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; - решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; - владеть разными методами доказательства неравенств; - решать уравнения в целых числах; - изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; - использовать идеи однородности и симметрии многочленов при решении уравнений и неравенств. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; - выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и	<i>четности, монотонности и ограниченности функций при решении задач;</i> - <i>применять неравенства о средних при решении задач;</i> - <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i> - <i>проводить исследование количества корней биквадратного уравнения на плоскости параметров.</i>
--	---	---

	их систем при решении задач других учебных предметов; - составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов; - составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; - использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств	
Функции	- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, точки экстремума функции, критические точки функции, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; - владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; - владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;	- <i>Достижение результатов раздела II;</i> - <i>использовать функциональный язык и графические методы при решении уравнений, неравенств и задач с параметром.</i>

	- владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; - владеть понятиями тригонометрические функции, в том числе обратные тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; - владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; - владеть понятием композиция функций, применять его при решении задач; - применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; - применять при решении задач преобразования графиков функций; - владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; - применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);	
--	--	--

	- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; - определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)	
Элементы математического анализа	- Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; - применять для решения задач теорию пределов; - владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; - владеть понятиями предел последовательности и предел функции в точке и на бесконечности; - исследовать последовательности на сходимости; - определять некоторые математические понятия с помощью пределов (число e, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, длина окружности, степень с действительным показателем бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, длина окружности, степень с действительным показателем); - иметь представление о замечательных пределах и способах их доказательств; - находить асимптоты графика функции;	- <i>Достижение результатов раздела II;</i> - <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i> - <i>оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</i> - <i>уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</i> - <i>уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</i> - <i>уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</i> - <i>уметь применять приложение</i>

	- исследовать функцию на непрерывность; - владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; - вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; - исследовать функции на монотонность и экстремумы; - строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром; - владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; - владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; - применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; - интерпретировать полученные результаты	<i>производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</i> - <i>владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость;</i> - <i>применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков;</i> - <i>доказывать теоремы о пределах последовательностей и функций;</i> - <i>иметь представление о рядах Тейлора элементарных функций.</i>
Статистика и теория вероятностей, комбинаторика, теория графов	- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; - оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; - владеть основными понятиями	- <i>Достижение результатов раздела II;</i> - <i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i> - <i>иметь представление о выборочном</i>

	комбинаторики и уметь их применять при решении задач; - иметь представление об основах теории вероятностей; - иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; - иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; - иметь представление о совместных распределениях случайных величин; понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; - иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин; - иметь представление о корреляции случайных величин. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; - выбирать методы подходящего представления и обработки данных	<i>коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i> - <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i> - <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i> - <i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i> - <i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i> - <i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i> - <i>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</i> - <i>уметь осуществлять пути</i>
--	---	---

		по ребрам, обходы ребер и вершин графа; - иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути.
Текстовые задачи и методы их решения	- Решать разные задачи повышенной трудности; анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; - строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; - решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; - анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; - переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы; - решать задачи с экономическим и финансовым контекстом; - уметь применять метод математической индукции; - уметь применять принцип Дирихле при решении задач.	- Достижение результатов раздела II - делать оценку и конструировать примеры в теоретико-числовых задачах

	<i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - решать практические задачи и задачи из других предметных областей.	
Геометрия		
<i>Стереометрия</i>	- Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; - иметь представление об аксиоматическом методе; - самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить классификацию фигур по различным основаниям; - исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; - решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; - уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; - владеть понятиями стереометрии: призма,	- Владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач; - уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла; - иметь представление о двойственности правильных многогранников; - владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций; - иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника; - иметь представление о конических сечениях; - иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при

	параллелепипед, пирамида, тетраэдр, тела вращения; - иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; - уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; - владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач; - иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; - применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; - уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; - уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; - владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; - владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; - владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач; - владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и	решении задач; - <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i> - <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i> - <i>применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i> - <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i> - <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i> - <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i> - <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно</i>
--	--	---

	уметь применять их при решении задач; - владеть понятиями призма, правильная призма, параллелепипед и применять их свойства при решении задач; - владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; - иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках; - владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; - владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; - владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач; - иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; - владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; - иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач; - иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач; - уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения; - иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и	плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач; - иметь представление о площади ортогональной проекции; - иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач; - иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач; - уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии; - уметь применять формулы объемов при решении задач.
--	---	--

	площадей поверхностей подобных фигур. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> - составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат	
Векторы и координаты в пространстве	- Владеть понятиями векторы и их координаты; - уметь выполнять операции над векторами; - использовать скалярное произведение векторов при решении задач; - применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; - применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач	- <i>Достижение результатов раздела II;</i> - <i>находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</i> - <i>задавать прямую в пространстве;</i> - <i>находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</i> - <i>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i>
История математики	- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; - понимать роль математики в развитии России	<i>Достижение результатов раздела II</i>
Методы математики	- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; - применять основные методы решения математических задач; - на основе математических закономерностей в природе	- <i>Достижение результатов раздела II;</i> - <i>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование</i>

	характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; - применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; - пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов	<i>физических процессов, задачи экономики).</i>
--	---	--

Содержание учебного предмета, курса

УГЛУБЛЕННАЯ ПРОГРАММА.

Алгебра и начала анализа

(Курсивом выделены элементы содержания, которые могут быть изучены при успешном освоении основных тем).

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и степенной функции для решения уравнений, систем уравнений и неравенств. Делимость многочленов, теорема Безу, теорема Виета, метод неопределенных коэффициентов.

Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, универсальное, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил.

Умозаключения. Обоснования и доказательства в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. *Малая теорема Ферма. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

Корень n -ой степени. Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число e и функция $y = e^x$.

Обратная функция. Свойства и графики взаимно обратных функций.

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.

Примеры степенных, экспоненциальных и логарифмических зависимостей в реальном мире. Логарифмические шкалы.

Радиянная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, тригонометрических функций от суммы углов, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции.

Тригонометрические функции числового аргумента: $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Линейные тригонометрические уравнения. Метод вспомогательного аргумента. Отбор корней тригонометрических уравнений согласно заданным условиям.

Решение тригонометрических неравенств. Системы тригонометрических уравнений.

Примеры периодических процессов в реальном мире и их описание с помощью тригонометрических функций.

Использование программ динамической математики для исследования функций и решения уравнений и неравенств.

Комплексные числа. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.

Простейшие функции комплексного переменного и преобразования плоскости. Использование комплексных чисел для доказательства геометрических и тригонометрических утверждений.

Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. История открытия и применения комплексных чисел.

Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.

Последовательности. Сходящиеся последовательности. Теоремы о пределах последовательностей. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их сравнение.

Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости. Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.

Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.

Функции и графики. Область определения, область значения, нули, интервалы знакопостоянства, промежутки монотонности, экстремумы, ограниченность функций. Применение свойств функций при решении уравнений и неравенств.

Понятие о задачах с параметром. Аналитические и графические методы решения задач с параметром.

Функции, уравнения и неравенства, содержащие знак модуля.

Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции на бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Использование производной для решения уравнений. Метод Ньютона.

Понятие о ряде Тейлора. Ряд Тейлора элементарных функций.

Производная в задачах с физическим и экономическим содержанием.

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона–Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.

Интеграл в задачах с физическим и экономическим содержанием.

Простейшие дифференциальные уравнения и их решения. Естественно-научные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Численное нахождение определенных интегралов с помощью компьютерных средств.

Роль открытия математического анализа в истории науки и культуры.

Геометрия

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. Понятие об аксиоматическом методе.

Построение сечений многогранников методом следов. *Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций. Теорема Менелая для тетраэдра.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Признаки: скрещивающихся прямых, параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей. Транзитивность параллельности прямых и плоскостей. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Свойства параллельного проектирования. Проекция треугольника. Элементы начертательной геометрии. Теорема об отношении площадей. *Теорема о трех чевианах. Эллипсы Штейнера.* Теорема о площади ортогональной проекции и ее применения. Максимальная площадь проекции куба. *Теорема Дезарга и ее следствия.*

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах. Теорема Пифагора в пространстве.

Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. *Медианы и бимедианы тетраэдра.*

Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла. Неравенство сферического треугольника. Ортодрома и лаксодрома в географии. Кратчайшие линии на сфере. Полярный угол трехгранного. Неравенства для двугранных углов трехгранного. Неравенство для суммы углов сферического треугольника.

Виды многогранников. Развертки многогранника. *Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

Свойства многогранников в контексте истории архитектуры и искусства. Многогранники в живой и неживой природе. *Стереометрия кристаллических решеток.*

Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников. *Виды многогранников, Эйлерова характеристика которых не равна 2. Антипризмы и Архимедовы тела.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

Элементы сферической геометрии. Конические сечения и их свойства.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение. *Векторное произведение.*

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.

Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. *Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов. Принцип Кавальери. Метод вычисления объема шара Архимедом.

Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.

Площадь сферы.

Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.

Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Элементы проективной геометрии. Различные методы проецирования и их связь с изобразительным искусством.

Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Показательное распределение, его параметры.

Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. *Функция Лапласа.* Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

Использование компьютерных программ для проведения статистического анализа.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

УГЛУБЛЕННАЯ ПРОГРАММА

10 класс.

Алгебра и начала анализа 136 часов (4 часа в неделю).

№	Тема	Количество часов
1	Повторение. Многочлены. Уравнения. Элементарные функции.	14
2	Тригонометрические формулы и функции.	40
3	Корень n -ой степени. Степень с рациональным показателем. Иррациональные уравнения и неравенства.	14

4	Знакомство с комплексными числами.	10
5	Тригонометрические уравнения и неравенства.	14
6	Предел и непрерывность.	8
7	Показательная функция и логарифм.	16
8	Производная	20

Геометрия, 68 часов (2 часа в неделю).

№	Тема	Количество часов
1	Аксиомы стереометрии. Параллельность в пространстве.	26
2	Перпендикулярность в пространстве.	16
3	Параллельное проектирование.	8
4	Трехгранные углы и сферическая геометрия	8
5	Многогранники	10

11 класс

Алгебра и начала анализа 136 часов (4 часа в неделю).

№	Тема	Количество часов
1	Исследование функций. Задачи на оптимизацию	16
2	Обратные тригонометрические функции.	12
3	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Производная показательной и логарифмической функций.	36
4	Первообразная и интеграл	36
5	Многочлены от нескольких переменных. Уравнения и неравенства с параметром.	24
6	Элементы теории вероятности и статистики	12

Геометрия, 68 часов (2 часа в неделю).

№	Тема	Количество часов
1	Тела вращения	8
2	Объем и площадь поверхности многогранников и тел вращения	14
3	Вписанные и описанные сферы. Сечения цилиндра и конуса	12
4	Элементы проективной геометрии	8
5	Координаты и векторы в пространстве	12
6	Повторение курса планиметрии	14